

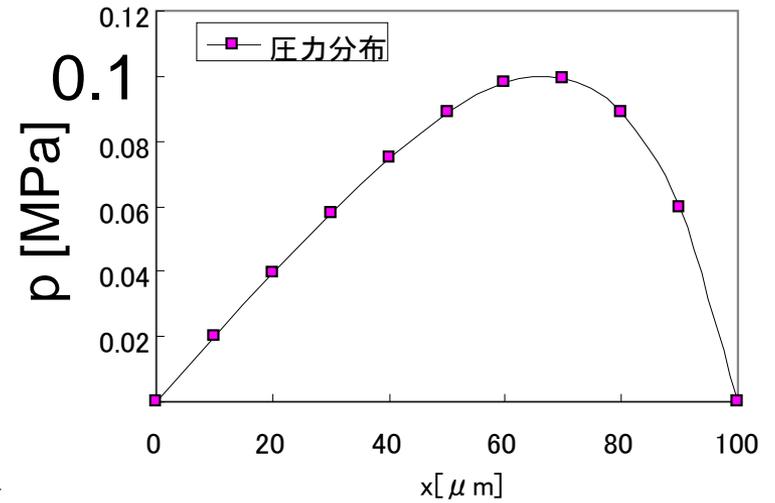
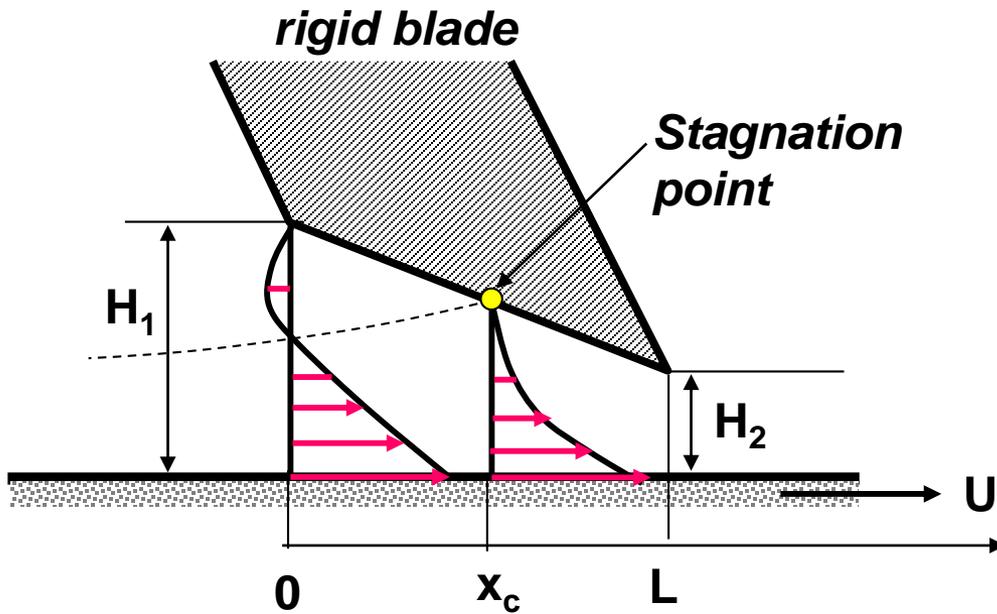
工業反応装置特論

講義時間：火曜/木曜6限

場所：8-1A

担当：山村

Rigid Blade Coating



粘度 $1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
600 m/min

計算例: ブレード幅 $100 \mu\text{m}$ 、両端は大気圧 (0 Pa)
クリアランスが $100 \mu\text{m}$ から $50 \mu\text{m}$ まで直線的に変化

圧力分布の物理的説明(1)

基礎式(第1回講義参照)

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{1}{H^2} - 12 \frac{\mu q}{H^3} \quad (1)$$

$\frac{dp}{dx} = 0$ となるクリアランスを $H = H^*$ とすると

$$0 = 6\mu U \frac{1}{H^{*2}} - 12 \frac{\mu q}{H^{*3}} \quad \therefore H^* = \frac{2q}{U} \quad (2)$$

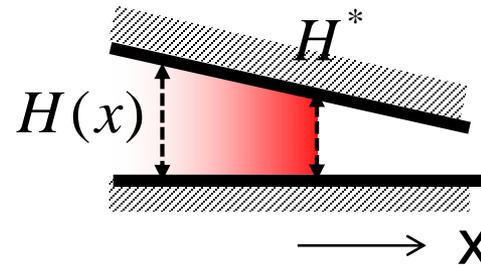
(2)を用いて(1)を書き直せば

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu U}{H^3} (H - H^*) \quad (3)$$

圧力分布の物理的説明(2)

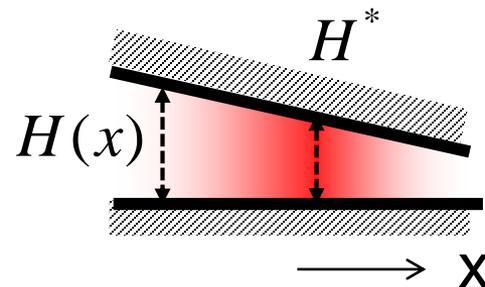
$$(i) H > H^* \text{ なら (3) より } \frac{dp}{dx} > 0$$

流れ方向に圧力増加

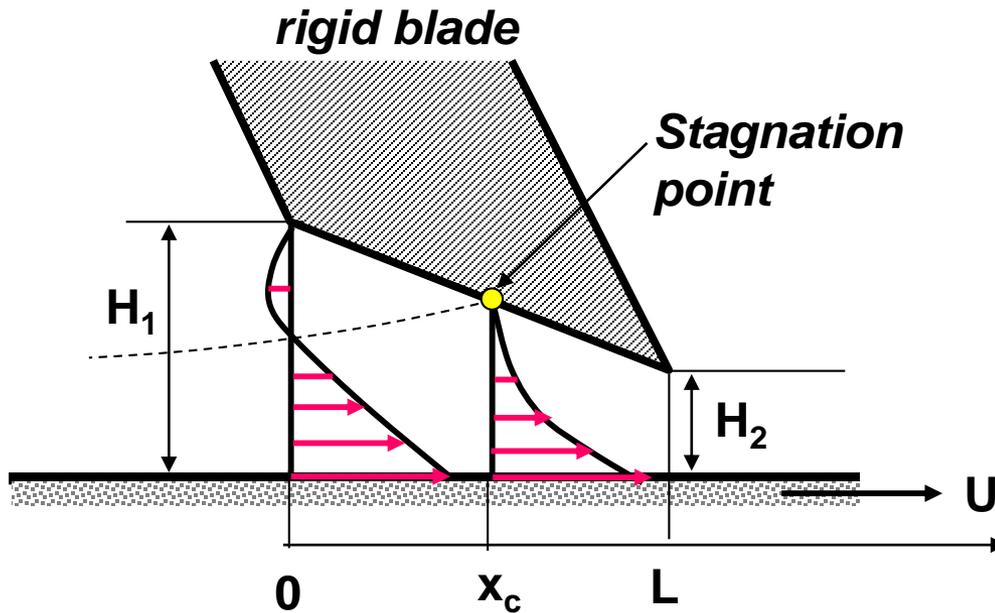


$$(ii) H < H^* \text{ なら (3) より } \frac{dp}{dx} < 0$$

これら2つの流れを組み合わせると



剛体矩形ブレード(1)



クリアランス H は直線で
与えられるので

$$H = ax + b \quad (4)$$

$$\text{ただし } a = -\frac{H_1 - H_2}{L}, b = H_1$$

潤滑理論から

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{1}{H^2} - 12 \frac{\mu q}{H^3} \quad (1)$$

(4)を代入して

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{1}{(ax + b)^2} - 12 \frac{\mu q}{(ax + b)^3}$$

剛体矩形ブレード(2)

流量 q は x によらず一定であることを注意し

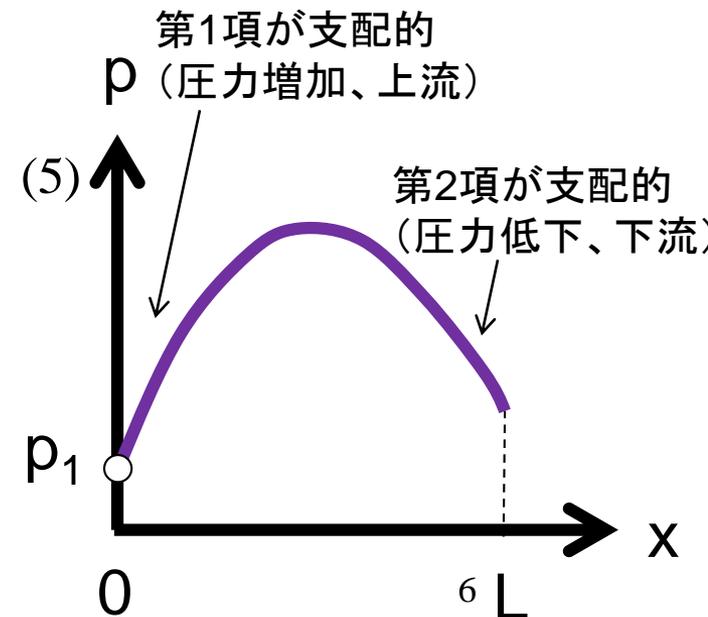
$x=0$ で $p = p_1$ (基準圧), $h = h_1$ として積分すると

$$\begin{aligned} p - p_1 &= 6\mu U \left[\frac{1}{a} \left(-\frac{1}{ax+b} \right) \right]_0^x + 6\mu q \left[\frac{1}{a} \frac{1}{(ax+b)^2} \right]_0^x \\ &= 6 \frac{\mu U}{a} \left(-\frac{1}{ax+b} + \frac{1}{b} \right) + \frac{6\mu q}{a} \left\{ \frac{1}{(ax+b)^2} - \frac{1}{b^2} \right\} \end{aligned}$$

$H = ax + b$, $a = -\frac{H_1 - H_2}{L}$, $b = H_1$ を代入すれば

$$p - p_1 = 6 \frac{\mu LU}{H_1 - H_2} \left(\frac{1}{H} - \frac{1}{H_1} \right) - \frac{6\mu Lq}{H_1 - H_2} \left(\frac{1}{H^2} - \frac{1}{H_1^2} \right)$$

粘度 μ 、ブレード長さ L 、基板速度 U 、
流量 q 、およびクリアランス $h(x)$ を
代入してプロットすると圧力分布が得られる。
ただし q はある位置 x での p を与えなければ
定められない。



剛体矩形ブレード(3)

特別な場合—ブレード両端が大気解放—

$$p - p_1 = 6 \frac{\mu U}{a} \left(-\frac{1}{ax+b} + \frac{1}{b} \right) + \frac{6\mu q}{a} \left\{ \frac{1}{(ax+b)^2} - \frac{1}{b^2} \right\}$$

ブレードの両端で圧力が等しいと考えて $x = L$ で $p = p_1$ とすれば

$$\begin{aligned} 0 &= 6 \frac{\mu U}{a} \left(-\frac{1}{aL+b} + \frac{1}{b} \right) + \frac{6\mu q}{a} \left\{ \frac{1}{(aL+b)^2} - \frac{1}{b^2} \right\} \\ &= 6 \frac{\mu U}{a} \left(-\frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_1} \right) + \frac{6\mu q}{a} \left\{ \frac{1}{H_2^2} - \frac{1}{H_1^2} \right\} \\ &= 6 \frac{\mu U}{a} \left(-\frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_1} \right) - \frac{6\mu q}{a} \left(-\frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_1} \right) \left(\frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_1} \right) \end{aligned}$$

$$0 = U - q \left(\frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_1} \right)$$

$$\therefore q = \frac{U}{1/H_1 + 1/H_2}$$

剛体矩形ブレード(4)

さらにブレードが基板に平行なら $H_1 = H_2 (= H)$ として

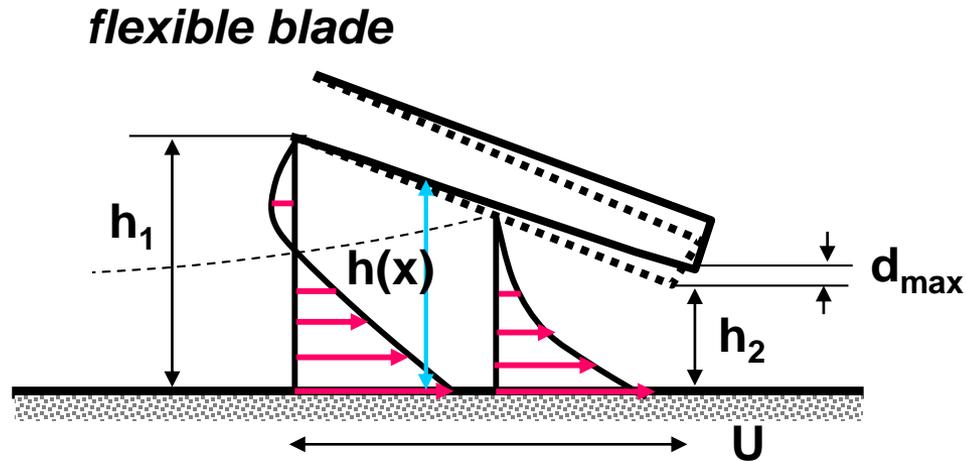
$$q = \frac{U}{2/H} = \frac{1}{2}HU \text{となりクエット流れにおける流量に一致}$$

剛体矩形ブレード(5)

(5)を長さ方向に積分すれば、ブレードが流体から受ける単位幅あたりの力Fが得られる。

$$F \equiv \int_0^L p dx$$
$$\therefore F/L = p_1 + \frac{6\mu LU}{h_1 - h_2} \left[-\frac{L}{h_1 - h_2} \ln \left(1 - \frac{h_1 - h_2}{h_1} \right) - \frac{1}{h_1} \right]$$
$$+ \frac{6\mu Lq}{h_1 - h_2} \left[\frac{1}{h_1^2} + \frac{L}{h_1 - h_2} \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) \right] \quad (6)$$

Flexible Blade (1)



圧力と変位の関係 一弾性理論

$$d_{\max} = \frac{3L^4}{2Et_b^3} \bar{p} \quad (2)$$

E: Bladeの弾性率, t_b : blade thickness
blade形状を円弧の一部と仮定

Flexible Blade (2)

潤滑理論から流体の平均圧力は

$$\begin{aligned} \bar{p} \equiv \frac{1}{L} \int_0^L p dx = p_1 + \frac{6\mu LU}{h_1 - h_2} \left[\frac{L}{d_{\max} - (h_1 - h_2)} \ln \left\{ 1 + \frac{d_{\max} - (h_1 - h_2)}{h_1} \right\} - \frac{1}{h_1} \right] \\ + \frac{6\mu Lq}{h_1 - h_2} \left[\frac{1}{h_1^2} - \frac{L}{d_{\max} - (h_1 - h_2)} \left(\frac{1}{d_{\max} + h_2} - \frac{1}{h_1} \right) \right] \quad (1) \end{aligned}$$

Flexible Blade (3)

ブレード (ポリエステル)

弾性率 $E=1\text{GPa}$

長さ $L=300\mu\text{m}$

厚み $t_b=50\mu\text{m}$

最大クリアランス $h_1=100\mu\text{m}$, 出口圧力 $1\text{atm}(=0.1\text{MPa})$

最小クリアランス $h_2=20\mu\text{m}$,

塗布条件

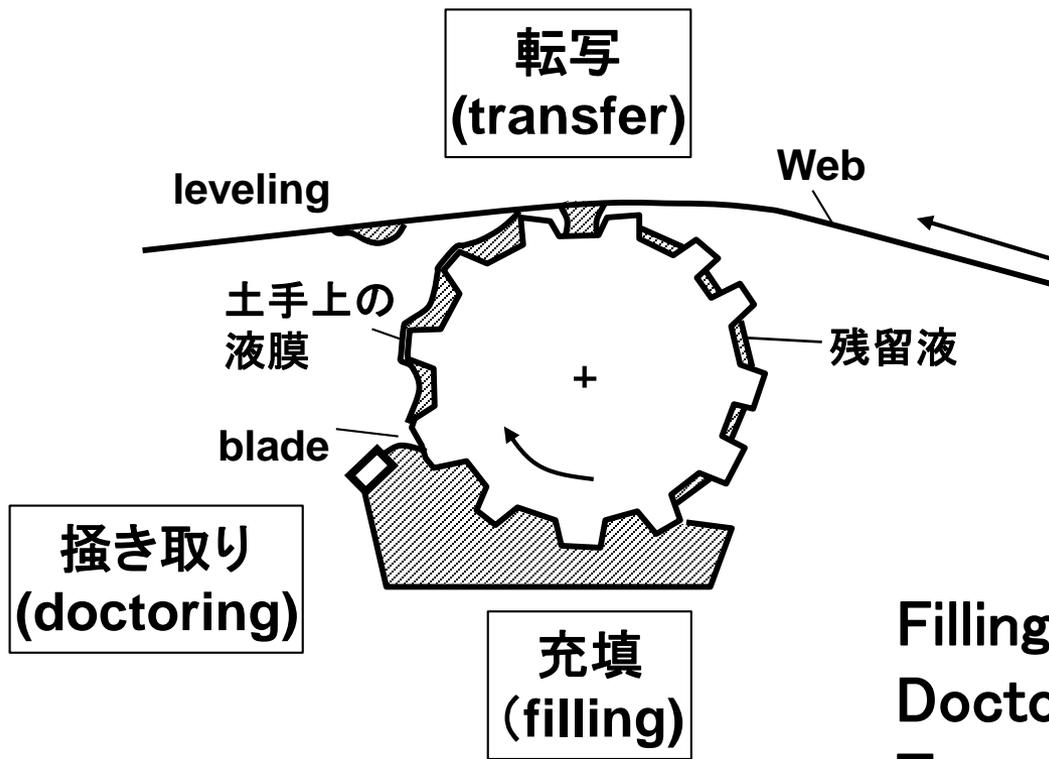
粘度 $\mu=0.1\text{Pa}\cdot\text{s}$ (水の100倍)

速度 $U=300\text{m}/\text{min}$

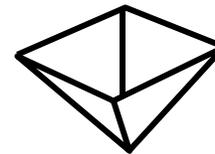
入口圧力 $3\text{atm}(=0.3\text{MPa})$

式(3)(4)を連立して解くと $d_{\max}=27.3\mu\text{m}$

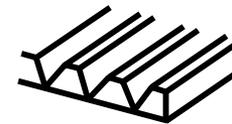
Gravure塗布



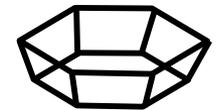
表面に窪み(cell, cavity)を彫刻したGravure rollを用いる



pyramidal



trihelical
(斜線)



honeycomb

Filling:

液をcellに満たす

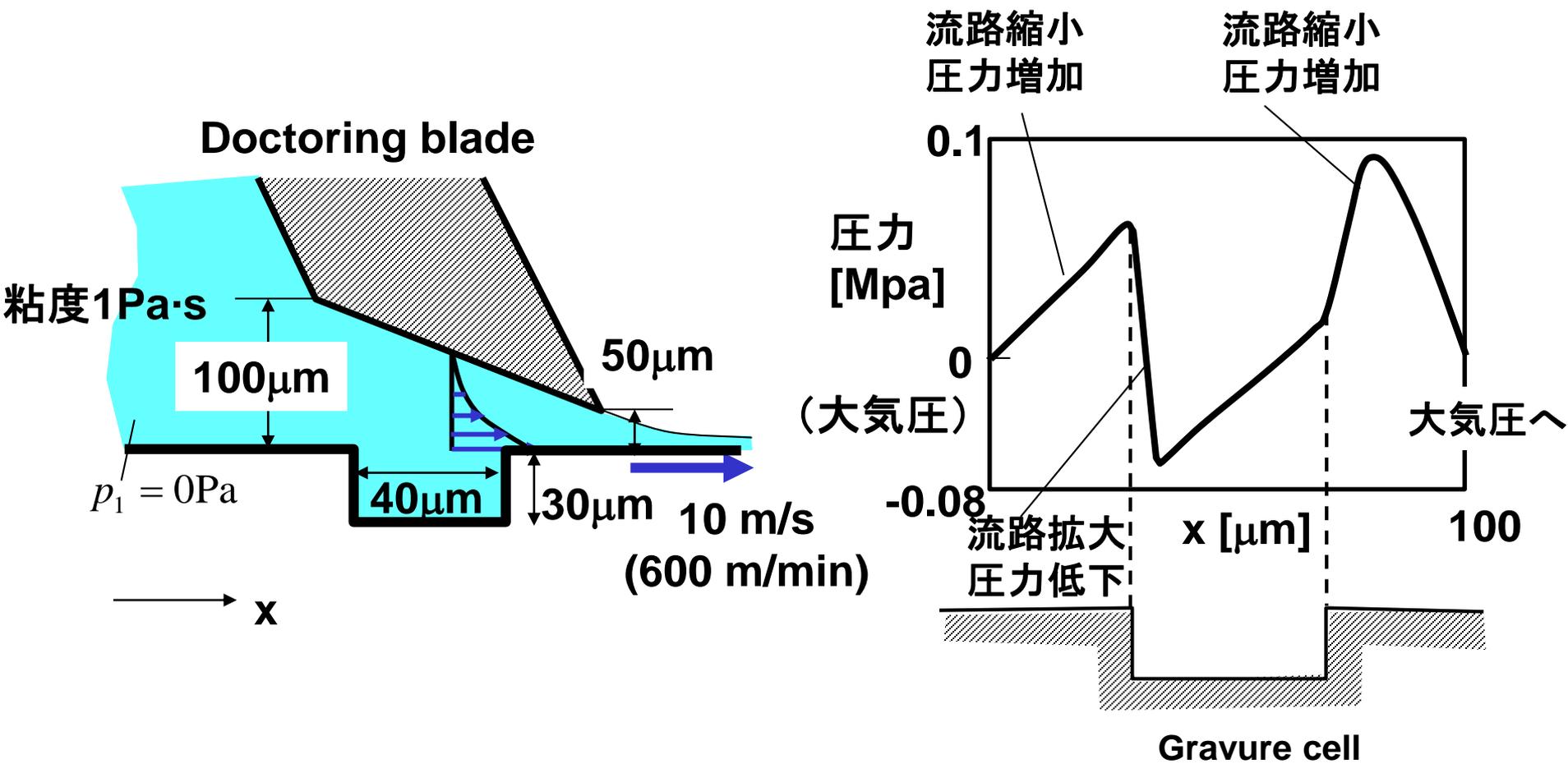
Doctoring:

余分な液を取り除く

Transferring:

cellから液を転写する

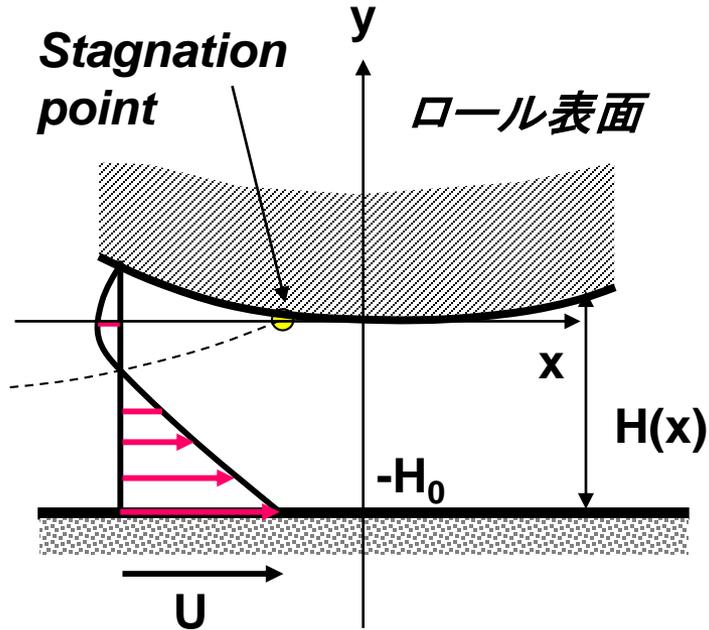
Gravure塗布の圧力分布



Roll曲率等を考慮したより現実的な解析例;

Xiuyan Yin, Satish Kumar, PHYSICS OF FLUIDS, 17, 063101(2005)

剛体roll—平板間の流れ(1)



ロール軸上の最下部に原点を取る。
半径Rのロールの表面座標は

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2$$

$$y = R + \sqrt{R^2 - x^2} = R + R\sqrt{1 - (x/R)^2}$$

$$x/R \ll 1 \text{ なら } \sqrt{1 - (x/R)^2} \approx 1 - \frac{1}{2}(x/R)^2$$

$$\text{と近似できるから } y \cong \frac{x^2}{2R}$$

$$\text{クリアランスは } H(x) = H_0 + y = H_0 + \frac{x^2}{2R}$$

$$\therefore H(x)/R = \frac{H_0}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{R} \right)^2 \quad (7)$$

剛体roll—平板間の流れ(2)

$\mu U / R$ が圧力の単位を持つことに注意して

$p^* \equiv p / (\mu U / R)$, $x^* \equiv x / R$ のように無次元化すると
潤滑理論の基礎式(1)より

$$\frac{dp^*}{dx^*} = 6 \left(\frac{R}{H} \right)^2 - 12 \frac{q}{RU} \left(\frac{R}{H} \right)^3$$

左辺を1次精度前進差分すると $\frac{dp^*}{dx^*} \approx \frac{p^{*(n+1)} - p^{*(n)}}{\Delta x^*}$ より

$$p^{*(n+1)} = p^{*(n)} + \left[6 \left(\frac{R}{H} \right)^2 - 12 \frac{q}{RU} \left(\frac{R}{H} \right)^3 \right] \Delta x^* \quad (8)$$

(7)を(8)の右辺に代入し、

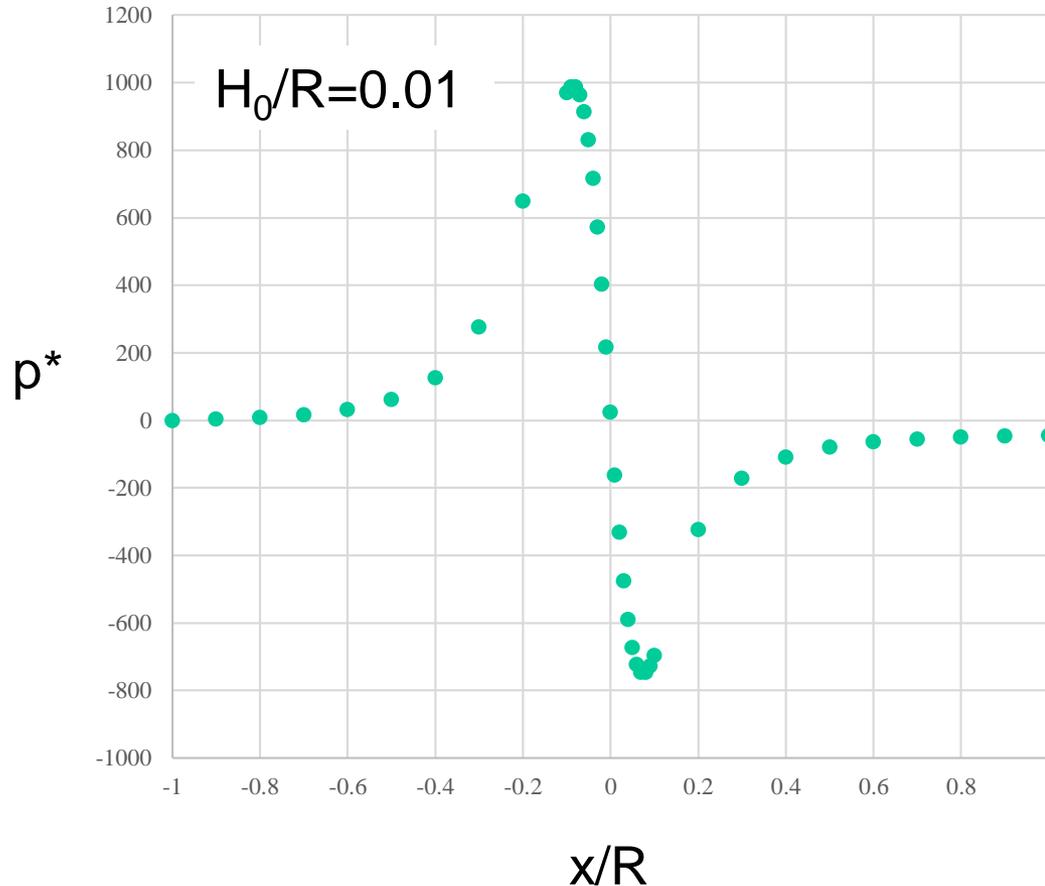
$p^{*(0)}$ を与えて (例えば $p^{*(0)} = 0$) 式(8)より $p^{*(1)}$ を求め

得られた $p^{*(1)}$ を右辺に代入して $p^{*(2)}$ を求め・・・

と順次圧力を求めればよい

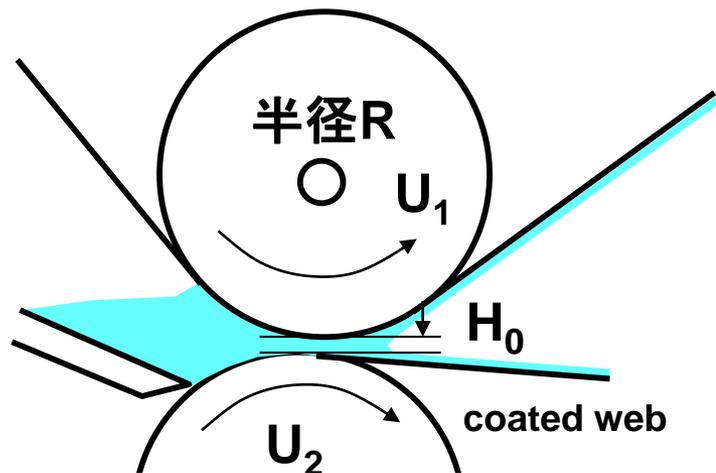
剛体roll—平板間の流れ(3)

無次元流量 $q/(RU)=0.0066$

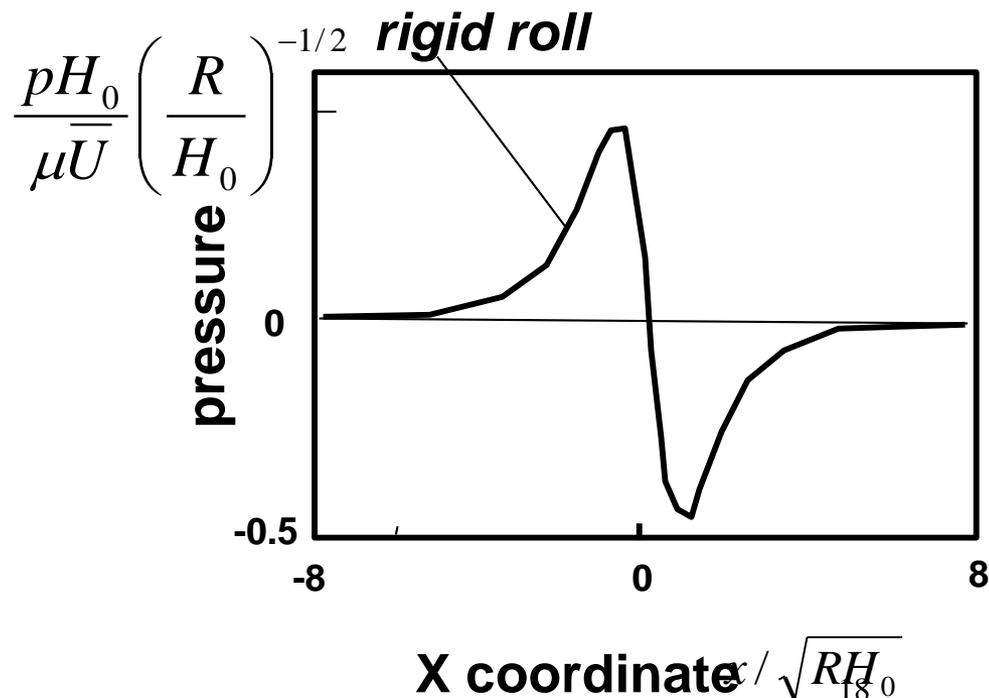
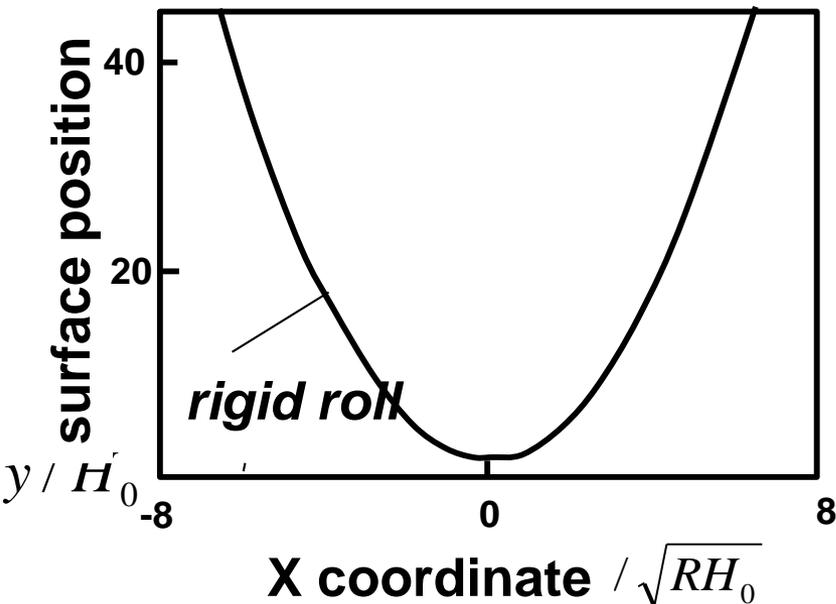


一般にロール塗布では $x=\infty$ および $-\infty$ における圧力は互いに等しいので $p^*(\infty)=p^*(-\infty)$ を満たす $q/(RU)$ を試行法で探せばよい

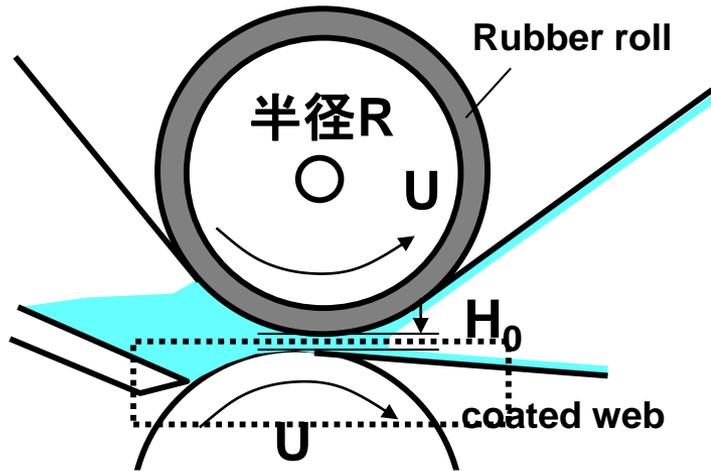
Rigid forward Roll 塗布の圧力分布



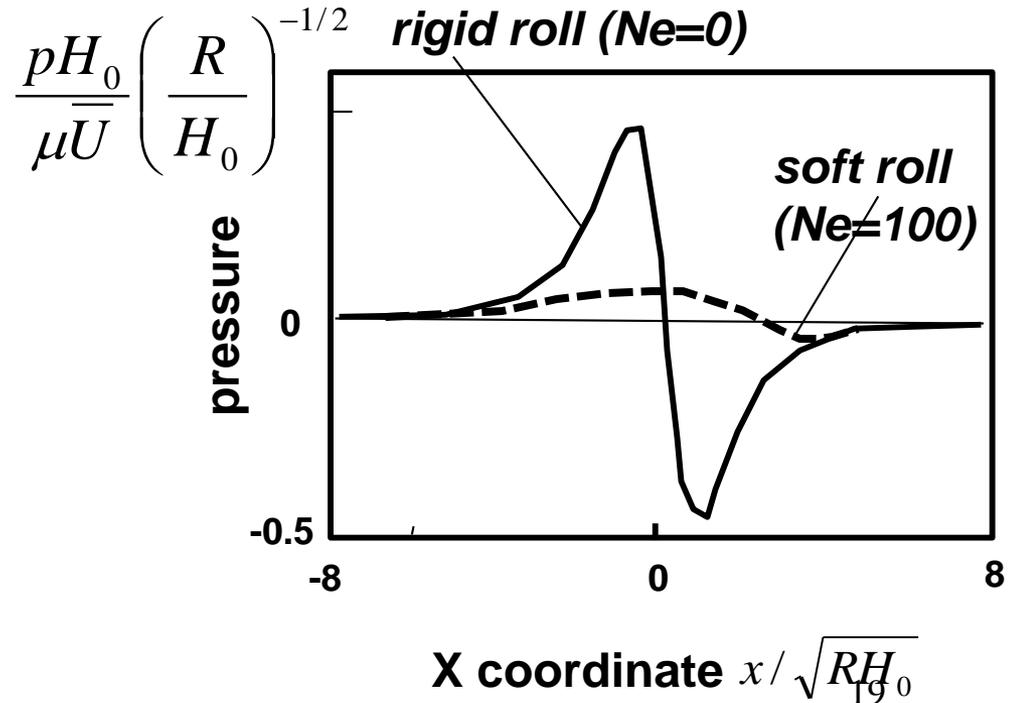
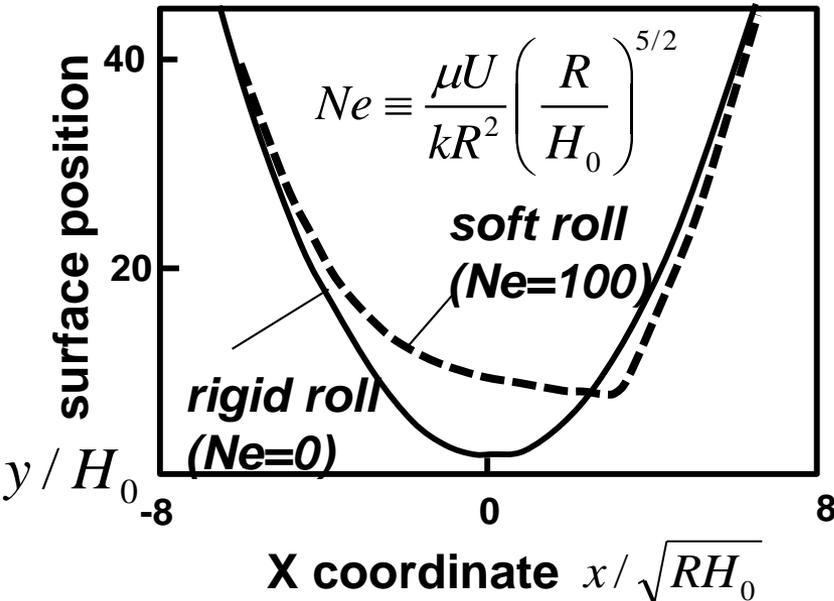
- ◆ 縮小流路と拡大流路が共存
- ◆ 圧力は流れ方向に増加→減少→増加
- ◆ 下流の圧力増加は塗布欠陥の原因



Rubber Roll 塗布の圧力分布



- ◆ 縮小流路の圧力増加によってRubberが変形
- ◆ 変形によって圧力は低下する
- ◆ 小さな逆圧力勾配がRibbingを抑制する



Report 2 pressure profile in forward roll coating 氏名

Consider a Newtonian fluid of viscosity μ confined between two rolls of radius R rotating at different surface speeds of U_1 and U_2 . The rolls are separated with a clearance $H(x)$. The pressure gradient is expressed as Eq. (1) where q represents the flow rate per unit length in longitudinal direction.

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu(U_1 + U_2)}{H^2} - \frac{12\mu q}{H^3} \quad (1)$$

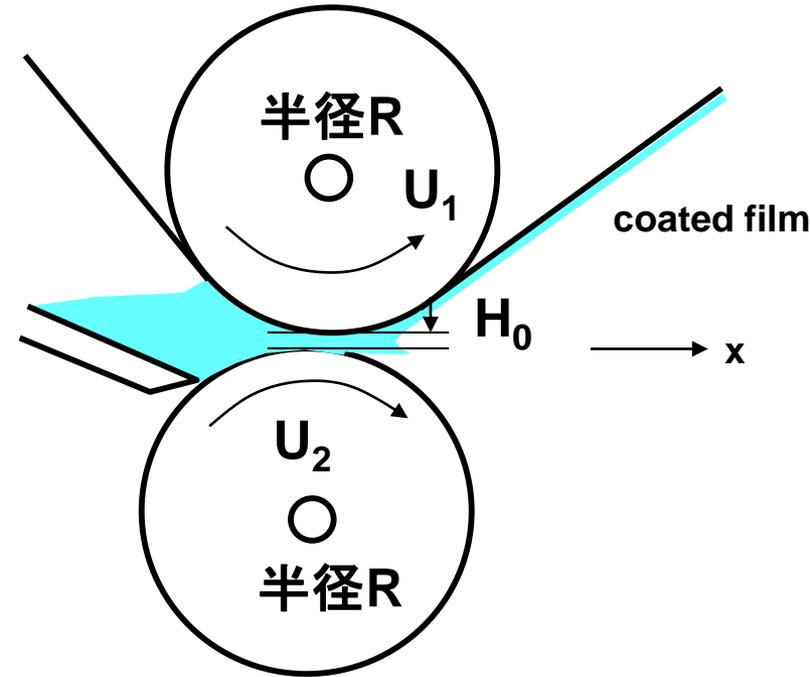
$$p^* \equiv \frac{p}{\mu \bar{U} / R}, \quad x^* \equiv \frac{x}{R}, \quad H^* \equiv \frac{H}{R}, \quad q^* \equiv \frac{q}{R\bar{U}}, \quad \bar{U} \equiv \frac{U_1 + U_2}{2} \quad (2)$$

$$\frac{dp^*}{dx^*} = \frac{12}{H^{*2}} \left(1 - \frac{q^*}{H^*} \right) \quad (3)$$

$$\frac{dp^*}{dx^*} \approx \frac{p^{*(n+1)} - p^{*(n)}}{\Delta x^*} \quad (4)$$

$$p^{*(n+1)} = p^{*(n)} + \frac{12}{H^{*2}} \left(1 - \frac{q^*}{H^*} \right) \Delta x^* \quad (5)$$

$$H^* = \frac{2H_0}{R} + x^{*2} \quad (6)$$



Q1. Derive governing Eq. (3) from Eq. (1) and the definitions of dimensionless variables in Eq. (2).

Q2. Rewrite Eq. (3) to Eq. (5) using first-order approximation of the pressure gradient in Eq. (4), where $p^{*(n)}$ is the local pressure at point n separated from a small distance Δx^* from the point $n+1$.

Q3. Calculate and plot pressure profiles in the range of $-1 < x^* < 1$ by substituting a dimensionless flow rate q^* and the pressure $p^*=0$ (atmospheric pressure at $x^*=-1$ into Eq. (5)). Find the critical flow rate q_c^* that satisfies $p^*=0$ at $x^*=1$.