工業反応装置特論

講義時間：火曜/木曜6限
場所　　：8-1A
担当　　：山村

本講義のMISSION

COATING = 界面を作る技術　であることを理解する

- □ **潤滑理論の基礎式を導出できる**
- □ **ブレード塗布時の速度・圧力分布を算出できる**
- □ **毛管力を考慮したFilm Profile Equation(FPE)を導出できる**
- □ **1D-FPEの線形安定性解析から，安定操作条件を導出できる**
- □ **スロットダイ塗布のコーティングウィンドウを決定できる**
- □ **粘弾性流体に対するMaxellモデルを導出できる**
- □ **動的粘弾性測定より貯蔵・損失弾性率を算出できる**
- □ **高分子混合物に対するCahn-Hilliard Equation (CHE)を導出できる**
- □ **CHEの線形安定性解析から構造形成条件を決定できる**
- □ **シミュレータを用いた簡単なプロセス設計ができる**

- 次回開始時にレポート提出 (submit your report at the beginning of next class)
  納期に遅れたレポートは成績に反映しない (report delayed is not accepted)
- 講義資料を公開 (Refer documents on the web: www.che.kyutech.ac.jp/chem22
- 必要に応じて期末試験を行う (Exam if needed)

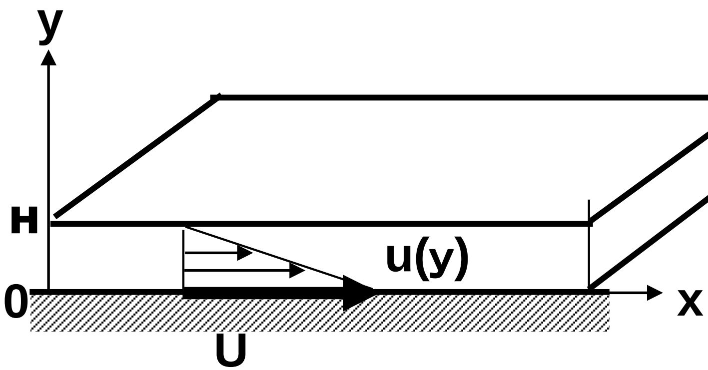
単位幅当たりの流量(q)

速度分布を$y=0$からHまで積分すると単位長さ当たりの流量qは

$$q \equiv \int_0^H u(y)dy$$

単位はm^2/s

圧力分布がない場合：Couette flow



Q. 速度分布が直線の流れをクエット（Couette）流という。厚みHのクエット流の単位幅当りの流量qが次式で表されることを示せ。

$$q = \frac{1}{2}HU$$

速度分布は

$$u(y) = U(1 - \frac{y}{H})$$

$y = 0$からHまで積分すると単位長さ当たりの流量qは

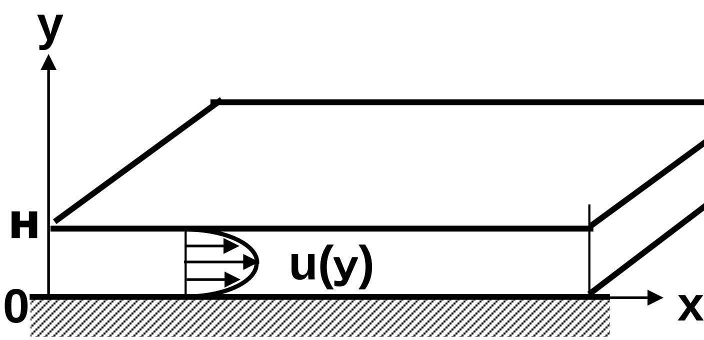
$$q \equiv \int_0^H u(y)dy$$

$$= U\int_0^H \left(1 - \frac{y}{H}\right)dy$$

$$= U\left[y - \frac{y^2}{2H}\right]_0^H$$

$$= \frac{1}{2}HU$$

圧力分布のみがある場合：Poiseuille flow



Q. 流れ方向に一定の圧力勾配dp/dx (<0)があるNewton流体の層流では、速度分布は次の2次曲線で表される。

$$u(y) = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(y^2 - Hy)$$

この厚みHのポアズイユ流の単位幅当りの流量qが次式で表されることを示せ。

$$q = \frac{H^3}{12\mu}(-\frac{dp}{dx})$$

速度分布を$y=0$からHまで積分すると、単位長さ当たりの流量qは

$$q \equiv \int_0^H u(y)dy$$

$$= \int_0^H \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(y^2 - Hy)dy$$

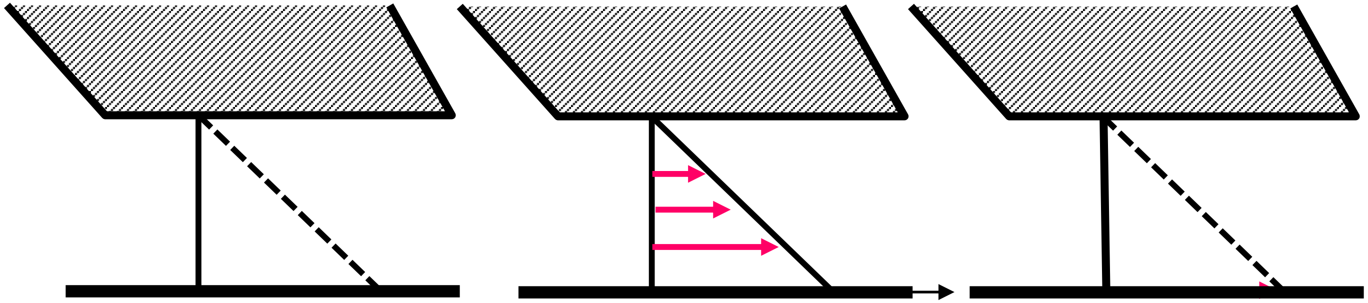
$$= \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\left[\frac{y^3}{3} - \frac{Hy^2}{2}\right]_0^H$$

$$= \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\left(-\frac{H^3}{6}\right)$$

$$\therefore q = \frac{H^3}{12\mu}(-\frac{dp}{dx}) > 0$$

２つの流れの組み合わせ

◆ 予想される速度分布を描け



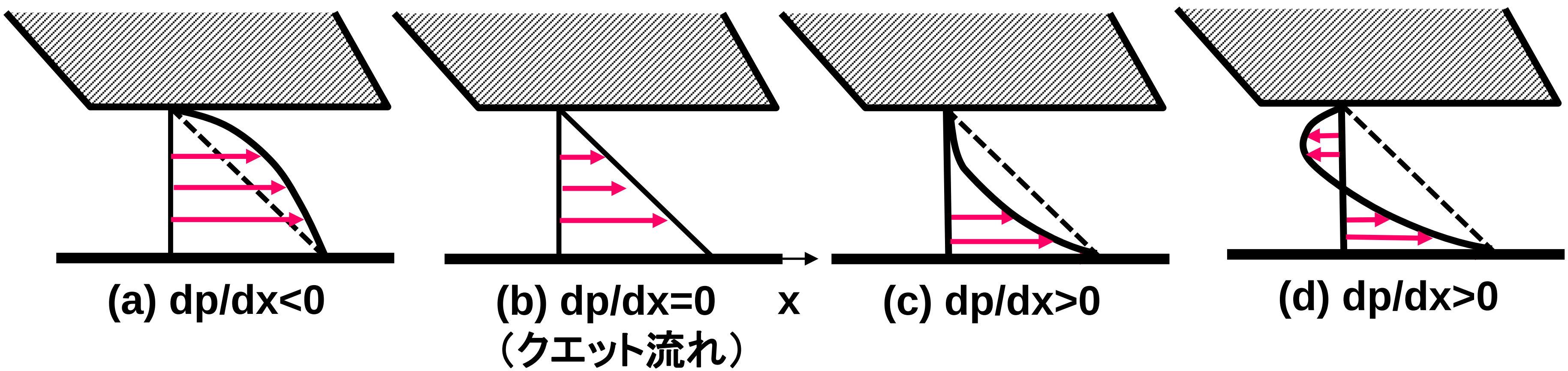
(a) dp/dx<0

(b) dp/dx=0
（Couette流れ）

(c) dp/dx>0

潤滑理論の基本的な考え方

- ◆ 一定速度で右方向へ移動する平板と静止ブレードとの間の層流を考える
- ◆ 流れ場には流れ方向に一定の圧力勾配dp/dxがある



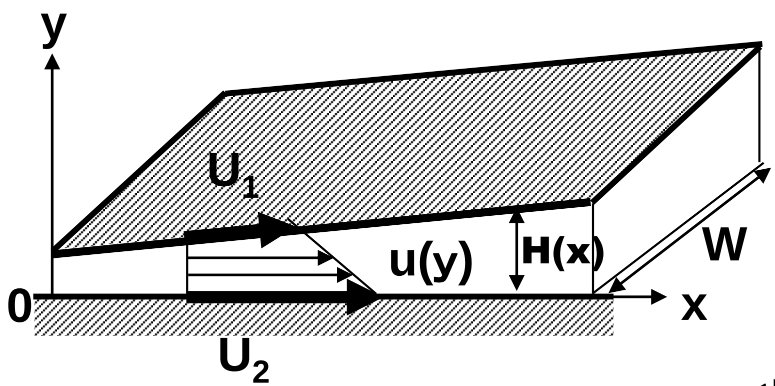
一般的な場合

流量は2つの流れの線形和で表される

$$q = \underbrace{-\frac{1}{12\mu}\frac{dp}{dx}H^3}_{\text{圧力勾配による ポアズイユ流れ}} \quad \underbrace{+\frac{1}{2}HU}_{\text{基板走行による クエット流れ}} \qquad (1)$$

以下に証明を示す。必要な情報は
- 運動量収支
- 物質収支
- 境界条件（壁面で流体は静止）

一般的な場合：潤滑理論（1）



運動方程式
（後述のシェルバランスより）

$$\mu \frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{dp}{dx}$$

- Newton流体を仮定
- 重力無視
- 詳しい導出は後頁

1回積分して

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx} y + C_1$$

もう1回積分して

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx} y^2 + C_1 y + C_2$$

境界条件$y = 0 : U = U_2,\quad y = H(x) : U = U_1$から

$$C_1 = \frac{U_1 - U_2}{H} - \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx} H$$

$$C_2 = U_2$$

一般的な場合：潤滑理論(2)

よって速度分布は

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}y^2 + \left(\frac{U_1 - U_2}{H} - \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}H\right)y + U_2 \qquad (2)$$

$y = 0$から$H(x)$まで積分すると

単位長さ当たりの流量qは

$$q \equiv \int_0^H u(y)dy$$

$$= \int_0^H \left[\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}y^2 + \left(\frac{U_1 - U_2}{H} - \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}H\right)y + U_2\right]dy$$

$$= \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^H + \left(\frac{U_1 - U_2}{H} - \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}H\right)\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^H + U_2 H$$

$$= \frac{1}{6\mu}\frac{dp}{dx}H^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{U_1 - U_2}{H} - \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}H\right)H^2 + U_2 H$$

一般的な場合：潤滑理論（３）

整理すると

$$q = -\frac{1}{12\mu}\frac{dp}{dx}H^3 + \frac{1}{2}(U_1 + U_2)H \quad (3)$$

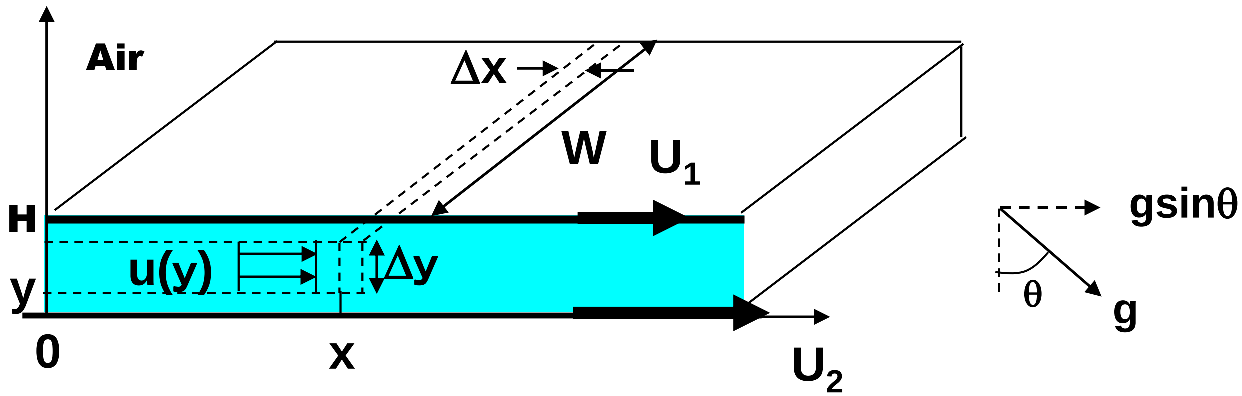
U_1=0（静止ブレード）, U_2=U（移動壁）とすれば
式(3)は式(1)に一致

式(3)を整理すると

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu(U_1 + U_2)}{H^2} - \frac{12\mu q}{H^3} \quad (4)$$

式(4)を式(2)に代入すれば、与えられた（単位幅あたりの）流量qにおける速度分布が算出できる

基礎式の導出(1)



yにおけるシェル面積は$W\Delta x$なので

単位時間にyからシェル内へ流入するx方向の運動量は$(\tau_{yx} W\Delta x)\big|_y$

同様に$y+\Delta y$からシェル外へ流出するx方向の運動量は$(\tau_{yx} W\Delta x)\big|_{y+\Delta y}$

xにおけるシェル面積は$W\Delta y$なので

xにおいてシェルへ作用する圧力は$(W\Delta y p)\big|_x$

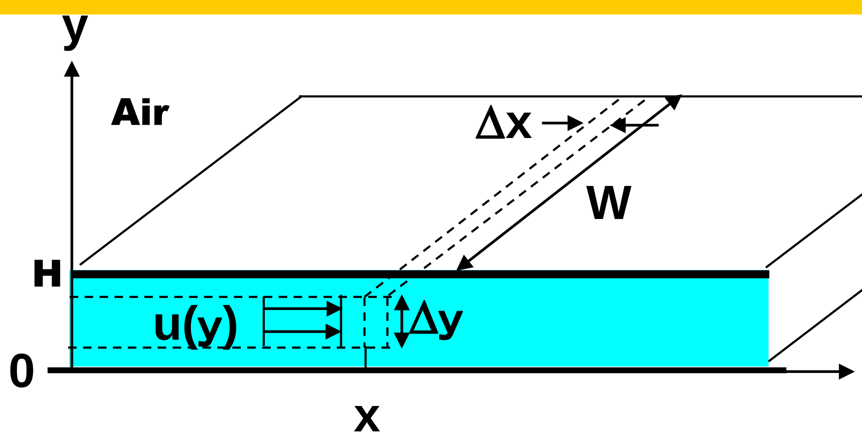
$x+\Delta x$においてシェルへ作用する圧力は$(W\Delta y p)\big|_{x+\Delta x}$

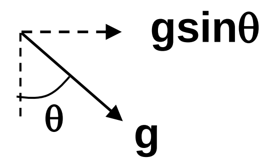
シェル体積は$W\Delta x\Delta y$なのでシェルに作用する重力は$(W\Delta x\Delta y)\rho g \sin\theta$

従って定常状態を仮定すると運動量収支から

$$0 = (W\Delta y p)\big|_x - (W\Delta y p)\big|_{x+\Delta x} + (\tau_{yx} W\Delta x)\big|_y \Delta - (\tau_{yx} W\Delta x)\big|_{y\Delta y} + (W\Delta x\Delta y)\rho g \sin\theta$$

基礎式の導出(2)





シェル体積$W\Delta x\Delta y$で除すと

$$0=-\frac{p|_{x+\Delta x}-p|_{x}}{\Delta x}-\frac{\tau_{yx}|_{y+\Delta y}-\tau_{yx}|_{y+\Delta y}}{\Delta y}+\rho g\sin\theta$$

$\Delta x\to 0,\quad \Delta y\to 0$では

$$0=-\frac{dp}{dx}-\frac{d\tau_{yx}}{dy}+\rho g\sin\theta$$

ニュートン流体ならば$\tau_{yx}=-\mu\dfrac{du}{dy}$であるから

$$0=-\frac{dp}{dx}+\frac{d}{dy}\left(\mu\frac{du}{dy}\right)+\rho g\sin\theta$$

ニュートン流体ならばμは一定なので

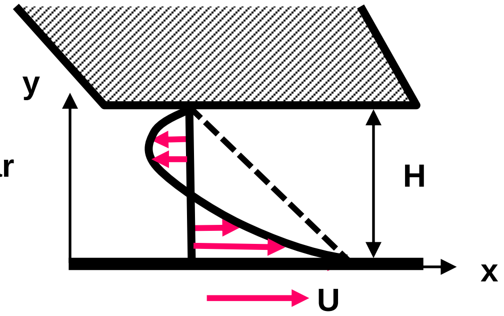
$$0=-\frac{dp}{dx}+\mu\frac{d^2u}{dy^2}+\rho g\sin\theta \qquad (6)$$

重力が厚み方向に作用する場合は

$\theta=0$なので

$$0=-\frac{dp}{dx}+\mu\frac{d^2u}{dy^2}$$

Report 1 film thickness in blade coating　　　氏名



Consider a laminar one-dimensional flow of Newtonian fluid confined between a stationary solid blade and a substrate moving at a constant speed, U.
A constant pressure gradient, dp/dx, is imposed on the fluid along the x direction.
H represents the clearance (gap) between the blade and substrate surfaces.
Q1. Solve the equation of motion (1) and derive Eq. (2), where μ represents the shear viscosity of the fluid and q [m^2/s] denotes the volume flow rate per unit length.

$$\mu \frac{d^2u}{dy^2} = \frac{dp}{dx} \qquad (1)$$

$$u(y) = 3\left(U - \frac{2q}{H}\right)\left(\frac{y}{H}\right)^2 - 4\left(U - \frac{3q}{2H}\right)\frac{y}{H} + U \qquad (2)$$

Q2. Show that the flow rate satisfies Eq. (3) when we have a linear velocity distribution in the y direction.

$$q = \frac{HU}{2} \qquad (3)$$

Q3. Plot u/U against y/H at different dimensionless flow rates q/(HU) to determine critical flow rate, at which a reverse flow appears in the flow channel in the opposite direction to the substrate motion.